Bài 1: Một đội ngũ giáo viên gồm 8 thầy giáo dạy toán, 5 cô giáo dạy vật lý và 3 cô giáo dạy hóa học. Sở giáo dục cần chọn ra 4 người để chấm bài thi THPT quốc gia, tính xác suất trong 4 người được chọn phải có cô giáo và có đủ ba bộ môn

Hướng dẫn

+ Ta có : chọn ra 4 thầy cô từ 16 thầy cô có $C_{16}^4 = 1820$ (cách chọn)

+ Để chọn được 4 giáo viên phải có cô giáo và đủ ba bộ môn, vậy có các trường hợp sau:

* **Trường hợp 1:** chon 2 thầy toán, 1 cô lý, 1 cô hóa có $C_8^2 C_5^1 C_3^1$ (cách chọn)

* **Trường hợp 2:** chon 1 thầy toán, 2 cô lý, 1 cô hóa có $C_8^1 C_5^2 C_3^1$ (cách chọn)

* **Trường hợp 3:** chon 1 thầy toán, 1 cô lý, 2 cô hóa có $C_8^1 C_5^1 C_3^2$ (cách chọn)

Vậy xác suất để chọn được 4 người phải có cô giáo và có đủ ba bộ môn là

$$P = \frac{C_8^2 C_5^1 C_3^1 + C_8^1 C_5^2 C_3^1 + C_8^1 C_5^1 C_3^2}{C_{16}^4} = \frac{3}{7}$$

Bài 2: Một hộp đựng 10 viên bi đỏ, 8 viên bi vàng và 6 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi. Tính xác suất để các viên bi lấy được đủ cả 3 màu.

Hướng dẫn

* Tổng số viên bi trong hộp là 24. Gọi Ω là không gian mẫu.

* Lấy ngẫu nhiên 4 viên trong hộp ta có C_{24}^4 cách lấy hay n(Ω) = C_{24}^4.

Gọi A là biến cố lấy được các viên bi có đủ cả 3 màu. Ta có các trường hợp sau:

+) 2 bi đỏ, 1 bi vàng và 1 bi xanh: có $C_{10}^2 C_8^1 C_6^1 = 2160$ cách

+) 1 bi đỏ, 2 bi vàng và 1 bi xanh: có $C_{10}^1 C_8^2 C_6^1 = 1680$ cách

+) 1 bi đỏ, 1 bi vàng và 2 bi xanh: có $C_{10}^1 C_8^1 C_6^2 = 1200$ cách

Do đó, n(A) = 5040

Vậy, xác suất biến cố A là $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{5040}{10626} \approx 47,4\%$

Bài 3: Có 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Rút ngẫu nhiên 3 thẻ. Tính xác suất để tổng các số được ghi trên 3 thẻ chia hết cho 3.

Hướng dẫn

+ Để 3 thẻ rút được có tổng chia hết cho 3 thì 3 thẻ đó phải có dạng: $3k; 3k+1; 3k+2$

+ Ta thấy $1 \le 3k \le 30, k \in Z \Rightarrow k \in \{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10\}$, vậy loại thẻ 3k có 10 thẻ

+ Tương tự $1 \le 3k+1 \le 30, k \in Z \Rightarrow k \in \{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$, vậy loại thẻ $3k+1$ có 10 thẻ

+ $1 \le 3k+2 \le 30, k \in Z \Rightarrow k \in \{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$, vậy loại thẻ $3k+2$ có 10 thẻ

Như vậy: để tổng các số được ghi trên 3 thẻ chia hết cho 3 thì ta có 4 TH sau:

TH1: rút 3 thẻ 3k có C_{10}^3 cách

TH2: rút 3 thẻ $3k+1$ có C_{10}^3 cách

TH3: rút 3 thẻ $3k+2$ có C_{10}^3 cách

TH4: rút 1 thẻ 3k, 1 thẻ $3k+1$, 1 thẻ $3k+2$ có $10.10.10$ cách

Đáp số: $p = \dfrac{C_{10}^3 + C_{10}^3 + C_{10}^3 + 10.10.10}{C_{30}^3}$

Bài 4: Một hộp chứa 4 quả cầu màu đỏ, 5 quả cầu màu xanh và 7 quả cầu màu vàng. Lấy ngẫu nhiên cùng lúc ra 4 quả cầu từ hộp đó. Tính xác suất sao cho 4 quả cầu được lấy ra có đúng một quả cầu màu đỏ và không quá hai quả cầu màu vàng

Hướng dẫn

- Số cách lấy ra 4 quả cầu bất kỳ từ 16 quả cầu là $C_{16}^4 = 1820$ cách.

- Gọi A là biến cố *"4 quả lấy được có đúng một quả cầu màu đỏ và không quá hai quả màu vàng"*. Ta xét ba khả năng sau:

- Số cách lấy 1 quả đỏ, 3 quả xanh là: $C_4^1.C_5^3$
- Số cách lấy 1 quả đỏ, 2 quả xanh, 1 quả vàng là: $C_4^1.C_5^2.C_7^1$
- Số cách lấy 1 quả đỏ, 1 quả xanh, 2 quả vàng là: $C_4^1.C_5^1.C_7^2$

Xác suất của biến cố A là $p = \dfrac{C_4^1.C_5^3 + C_4^1.C_5^2.C_7^1 + C_4^1.C_5^1.C_7^2}{C_{16}^4} = \dfrac{37}{91}$.

Bài 5: Cho A là tập các số tự nhiên có 6 chữ số. Tính xác suất để lấy được số lẻ chia hết cho 9 trong tập A.

Hướng dẫn

+ Gọi số $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$ là số có 6 chữ số $\Rightarrow$ *có* 9.10^5 số có 6 chữ số

+ Do $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6} \vdots 9 \Leftrightarrow (a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6) \vdots 9$

$\Rightarrow \overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$ là các số 100008;100017;100028;…;999999

$\Rightarrow$ Như vậy ta thấy các số lẻ có 6 chữ số chia hết cho 9 lập thành 1 cấp số cộng với:

$$\begin{cases} u_1 = 100017 \\ u_n = 999999 \Rightarrow u_n = (n-1)d \Leftrightarrow 999999 = 18(n-1) \Leftrightarrow n = 50000 \\ d = 18 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ có 50.0000 số có 6 chữ số chia hết cho 9

Vậy xác xuất cần tìm là $\dfrac{50000}{9.10^5} = \dfrac{1}{16}$

Bài 6: Một trường THPT có 7 thầy dạy toán, 6 thầy dạy Lý và 4 thầy dạy Hóa. Sở giáo dục cần chọn từ trường THPT đó ra 5 thầy để chấm thi THPT quốc gia 2015. Tính xác xuất để chọn được 5 thầy trong đó có đủ bộ môn.

Hướng dẫn

+ Số cách chọn 5 thầy bất kì trong 17 thầy là C_{17}^5

+Số cách chọn 5 trong thầy dạy Toán và Lý là C_{13}^5

+ Số cách chọn 5 trong 11 thầy dạy Toán và Hóa là C_{11}^5

+ Số cách chọn 5 trong 10 thầy dạy Toán và Hóa là C_{10}^5

+ Số cách chọn 5 thầy chỉ dạy Toán là C_7^5

+ Số cách chọn 5 thầy chỉ dạy Lý là C_6^5

$\Rightarrow$ số cách chọn 5 thầy không có đủ 3 bộ môn: $C_{13}^5 + C_{11}^5 + C_{10}^5 - C_6^5 - C_7^5$

Vậy số cách chọn có đủ cả 3 bộ môn là: $C_{17}^5 - (C_{13}^5 + C_{11}^5 + C_{10}^5 - C_6^5 - C_7^5) = 4214$

$\Rightarrow$ xác suất cần tìm $\frac{4214}{C_{17}^{5}} = \frac{301}{442}$

Bài 7: Một trường THPT có 15 học sinh là đoàn viên ưu tú, trong đó khối 12 có 3 nam và 3 nữ, khối 11 có 2 nam và 3 nữ, khối 10 có 2 nam và 2 nữ. Đoàn trường chọn ra 1 nhóm gồm 4 học sinh là đoàn viên ưu tú để tham gia lao động nghĩa trang liệt sĩ. Tính xác suất để nhóm được chọn có cả nam và nữ, đồng thời mỗi khối có 1 học sinh nam.

Hướng dẫn

+ Số phần tử của không gian mẫu: $|\Omega| = C_{15}^{4} = 1365$

+ Gọi A là biến cố *"nhóm được chọn có cả nam và nữ, đồng thời mỗi khối có 1 học sinh nam"* $\Rightarrow$ số phần tử của biến cố A là: $|\Omega_A| = C_3^1.C_2^1.C_2^1.C_8^1 = 96$

$\Rightarrow P(A) = \frac{96}{1365} = \frac{32}{455}$

Bài 8: Một hộp đựng 6 bút xanh, 6 bút đen, 5 bút tím và 3 bút đỏ được đánh số từ 1 đến 20. Lấy ngẫu nhiên 4 cái bút. Tính xác suất để lấy được ít nhất 2 bút cùng màu.

Hướng dẫn

+ Lấy 4 cái bút từ 20 cái bút ta có: $C_{20}^{4} = 4845$ cách.

+ Lấy 4 cái bút mà ít nhất 2 bút cùng màu: *(làm theo phương pháp "phần bù").*

- Số lấy 4 bút mà 4 màu khác nhau: $C_6^1.C_6^1.C_5^1.C_3^1$ cách

- Số cách lấy thỏa mãn yêu cầu là: $C_{20}^{4} - C_6^1.C_6^1.C_5^1.C_3^1 = 4305$ cách

Xác suất cần tìm là $P = \frac{4305}{4845} = \frac{287}{323}$

Bài 9: Một lớp học có 27 học sinh nữ và 21 học sinh nam. Cô giáo chọn ra 5 học sinh để lập một tốp ca chào mừng 20 - 11. Tính xác suất để trong tốp ca đó có ít nhất một học sinh nữ.

Hướng dẫn

- Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh trong số 48 học sinh có: $C_{48}^{5} = 1712304$

- Gọi A là biến cố " chọn 5 học sinh trong đó có ít nhất một học sinh nữ" thì $\overline{A}$ là biến cố " chọn 5 học sinh mà trong đó không có học sinh nữ ".

- Ta có số kết quả thuận lợi cho $\overline{A}$ là:

$$C_{21}^{5} = 20349 \Rightarrow P\left(\overline{A}\right) = \frac{C_{21}^{5}}{C_{48}^{5}} = \frac{20349}{1712304} \Rightarrow P\left(A\right) = 1 - \frac{20349}{1712304} = \frac{1691955}{1712304}$$

Bài 10: Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12*A*, 3 học sinh lớp 12*B* và 2 học sinh lớp 12*C*. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng năm học. Tính xác suất sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn và có ít nhất 2 học sinh lớp 12*A*.

Hướng dẫn

- Gọi không gian mẫu của phép chọn ngẫu nhiên là Ω

- Số phần tử của không gian mẫu là: $C_9^5 = 126$
- Gọi A là biến cố "Chọn 5 học sinh từ đội văn nghệ sao cho có học sinh ở cả ba lớp và có ít nhất 2 học sinh lớp 12A".
- Chỉ có 3 khả năng xảy ra thuận lợi cho biến cố A là :
  + 2 học sinh lớp 12A, 1 học sinh lớp 12B, 2 học sinh lớp 12C
  + 2 học sinh lớp 12A, 1 học sinh lớp 12B, 2 học sinh lớp 12C
  + 3 học sinh lớp 12A, 1 học sinh lớp 12B, 1 học sinh lớp 12C

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $C_4^2.C_3^1.C_2^2 + C_4^2.C_3^2.C_2^1 + C_4^3.C_3^1.C_2^1 = 78$.

Xác suất cần tìm là $P = \dfrac{78}{126} = \dfrac{13}{21}$.

Bài 11: Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 4 chữ số phân biệt được chọn từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập A, tính xác suất để số chọn được là số chia hết cho 5.

Hướng dẫn

- Số phần tử của A là $6.A_6^3 = 720$
- Số cách chọn một số có hàng đơn vị là số 0 có $1.A_6^3 = 120$ cách
- Số cách chọn một số có hàng đơn vị là số 5 có $1.5.A_5^2 = 100$ cách
- Suy ra số cách chọn một số chia hết cho 5 là $120 + 100 = 220$ cách

Vậy xác suất cần tìm bằng $\dfrac{220}{720} = \dfrac{11}{36}$.

Bài 12: Trong cụm thi để xét công nhận tốt nghiệp THPT thí sinh phải thi 4 môn trong đó có 3 môn bắt buộc là Toán, Văn, Ngoại ngữ và một môn do thí sinh tự chọn trong số các môn: Vật lí, Hóa học, Sinh học, Lịch sử và Địa lí. Trường A có 30 học sinh đăng kí dự thi, trong đó có 10 học sinh chọn môn Lịch sử. Lấy ngẫu nhiên 5 học sinh bất kỳ của trường A, tính xác suất để trong 5 học sinh đó có nhiều nhất 2 học sinh chọn môn Lịch sử.

Hướng dẫn

- Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{30}^5 = 142506$
- Gọi A là biến cố : "5 học sinh được chọn có nhiều nhất 2 học sinh chọn môn lịch sử"
- Số phần tử của biến cố A là: $n(A) = C_{20}^5 + C_{20}^4C_{10}^1 + C_{20}^3C_{10}^2 = 115254$

Vậy xác suất cần tìm là: $P(A) = \dfrac{115254}{142506} \approx 0,81$.

Bài 13: Một hộp chứa 4 viên bi trắng, 5 viên bi đỏ và 6 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra 4 viên bi. Tính xác xuất để 4 viên bi được chon có đủ 3 màu và số bi đỏ nhiều nhất.

Hướng dẫn

- Ta có: $n(\Omega) = C_{15}^4 = 1365$
- Gọi A là biến cố "4 viên bi được chọn có đủ 3 màu và số bi đỏ nhiều nhất'

Khi đó $n(A)=C_4^1C_5^2C_6^1=240$. Vậy $p(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{16}{91}$

Bài 14: Gọi X là tập hợp các số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau được tạo thành từ các chữ số $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp X. Tính xác suất để số được chọn chỉ chứa 3 chữ số lẻ.

Hướng dẫn

- Gọi Ω là không gian mẫu của phép thử: "Chọn ngẫu nhiên một số từ tập X".

Khi đó: $|\Omega|=A_9^6=60480$

- Gọi A là biến cố: "Số được chọn chỉ chứa 3 chữ số lẻ". Khi đó:

 + Chọn 3 chữ số lẻ đôi một khác nhau từ các chữ số $1, 3, 5, 7, 9$ có C_5^3 cách.

 + Chọn 3 chữ số chẵn đội một khác nhau từ các chữ số $2, 4, 6, 8$ có C_4^3 cách.

 + Sắp xếp các chữ số trên để được số thỏa mãn biến cố A có $6!$ cách.

Do đó $|\Omega_A|=C_5^3.C_4^3.6!=28800$

Vậy xác suất cần tìm là: $P(A)=\dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\dfrac{28800}{60480}=\dfrac{10}{21}$

Bài 15: Trong cụm thi để xét công nhận tốt nghiệp THPT thí sinh phải thi 4 môn trong đó có 3 môn bắt buộc là Toán, Văn, Ngoại ngữ và 1 môn do thí sinh tự chọn trong số các môn: Vật lí, Hóa học, Sinh học, Lịch sử và Địa lí. Trường X có 40 học sinh đăng kí dự thi, trong đó 10 học sinh chọn môn Vật lí và 20 học sinh chọn môn Hóa học. Lấy ngẫu nhiên 3 học sinh bất kỳ của trường X. Tính xác suất để trong 3 học sinh đó luôn có học sinh chọn môn Vật lí và học sinh chọn môn Hóa học.

Hướng dẫn

- Số phần tử của không gian mẫu là $n_\Omega=C_{40}^3$

- Gọi A là biến cố "3 học sinh được chọn luôn có học sinh chọn môn Vật lý và học sinh chọn môn Hóa học"

- Số phần tử của biến cố A là $n_A=C_{10}^1.C_{20}^2+C_{10}^2.C_{20}^1+C_{20}^1.C_{10}^1.C_{10}^1$

Vậy xác suất để xảy ra biến cố A là $P_A=\dfrac{n_A}{n_\Omega}=\dfrac{120}{247}$

Bài 16: Đội dự tuyển học sinh giỏi giải toán trên máy tính cầm tay môn toán của một trường phổ thông có 4 học sinh nam khối 12, 2 học sinh nữ khối 12 và 2 học sinh nam khối 11. Để thành lập đội tuyển dự thi học sinh giỏi giải toán trên máy tính cầm tay môn toán cấp tỉnh nhà trường cần chọn 5 em từ 8 em học sinh trên. Tính xác suất để trong 5 em được chọn có cả học sinh nam và học sinh nữ, có cả học sinh khối 11 và học sinh khối 12.

Hướng dẫn

- Số cách chọn 5 em học sinh từ 8 học sinh trên là $C_8^5=56$ cách

- Để chọn 5 em thỏa mãn bài ra, ta xét các trường hợp sau

 +) 1 nam khối 11, 1 nữ khối 12 và 3 nam khối 12 có: $C_2^1C_2^1C_4^3$ cách

 +) 1 nam khối 11, 2 nữ khối 12 và 2 nam khối 12 có: $C_2^1C_2^2C_4^2$ cách

 +) 2 nam khối 11, 1 nữ khối 12 và 2 nam khối 12 có: $C_2^2C_2^1C_4^2$ cách

+) 2 nam khối 11, 2 nữ khối 12 và 1 nam khối 12 có: $C_2^2C_2^2C_4^1$ cách

Số cách chọn 5 em thỏa mãn bài ra là: $C_2^1C_2^1C_4^3+C_2^1C_2^2C_4^2+C_2^2C_2^1C_4^2+C_2^2C_2^2C_4^1=44$ cách

Vậy xác suất cần tính là: $\frac{44}{56}=\frac{11}{14}$

Bài 17: Trong bộ môn Toán, thầy giáo có 40 câu hỏi khác nhau gồm 5 câu hỏi khó, 15 câu hỏi trung bình, 20 câu hỏi dễ. Một ngân hàng đề thi mỗi đề thi có 7 câu hỏi được chọn từ 40 câu hỏi đó. Tính xác suất để chọn được đề thi từ ngân hàng đề nói trên nhất thiết phải có đủ 3 loại câu hỏi (khó, trung bình, dễ) và số câu hỏi dễ không ít hơn 4.

Hướng dẫn

- Không gian mẫu của việc tạo đề thi là : $|\Omega| = C_{40}^7 = 18643560$
- Gọi A là biến cố chọn được đề thi có đủ 3 loại câu hỏi(khó, trung bình, dễ) và số câu hỏi dễ không ít hơn 4.

$$|\Omega_A| = C_{20}^4.C_5^2.C_{15}^1 + C_{20}^4.C_5^1.C_{15}^2 + C_{20}^5.C_5^1C_{15}^1 = 4433175$$

Xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{915}{3848}$

Bài 18: Trong đợt thi học sinh giỏi của tỉnh, trường THPT X môn Toán có 5 em đạt giải trong đó có 4 nam và 1 nữ , môn Văn có 5 em đạt giải trong đó có 1 nam và 4 nữ, môn Hóa học có 5 em đạt giải trong đó có 2 nam và 3 nữ , môn Vật lí có 5 em đạt giải trong đó có 3 nam và 2 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn mỗi môn một em học sinh để đi dự đại hội thi đua ? Tính xác suất để có cả học sinh nam và nữ để đi dự đại hội?

Hướng dẫn

- Có tất cả 5.5.5.5=625 cách $\Rightarrow n(\Omega) = 625$
- Gọi A là biến cố "có cả HS nam và nữ đi dự đại hội"

$\Rightarrow \overline{A}$ là biến cố "Cả bốn HS nam hoặc cả 4 HS nữ đi dự ĐH"

$\Rightarrow n(\overline{A}) = 4.1.2.3 + 1.4.3.2 = 48 \Rightarrow P(\overline{A}) = \frac{n(\overline{A})}{n(\Omega)} = \frac{48}{625}$

Vậy $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{48}{625} = \frac{577}{625}$

Bài 19: Trường trung học phổ thông X số 1 có tổ Toán gồm 15 giáo viên trong đó có 8 giáo viên nam, 7 giáo viên nữ; Tổ Lý gồm 12 giáo viên trong đó có 5 giáo viên nam, 7 giáo viên nữ. Chọn ngẫu nhiên mỗi tổ 2 giáo viên đi dự tập huấn chuyên đề dạy học tích hợp. Tính xác suất sao cho trong các giáo viên được chọn có 2 nam và 2 nữ.

Hướng dẫn

- Số phần tử của của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{15}^2C_{12}^2$
- Gọi A là biến cố: "Các giáo viên được chọn có 2 nam và 2 nữ"

$\Rightarrow$ n(A)= $C_8^2C_7^2 + C_5^2C_7^2 + C_8^1C_7^1C_7^1C_5^1$ $\Rightarrow$ P(A) $= \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{197}{495}$

Bài 20: Gọi M là tập hợp các số có 4 chữ số đôi một khác nhau lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Lấy ra từ tập M một số bất kỳ. Tính xác suất để lấy được số có tổng các chữ số là số lẻ ?

Hướng dẫn

- Gọi A là biến cố " Số chọn được là số có 4 chữ số đôi một khác nhau và tổng các chữ số là một số lẻ".
- Số các số có 4 chữ số đôi một khác nhau lập từ 7 chữ số đã cho là $A_7^4 = 840$ (số)

$$\Rightarrow |\Omega| = 840$$

- Gọi số 4 chữ số đôi một khác nhau và tổng các chữ số là một số lẻ có dạng $\overline{abcd}$.
- Do tổng $a+b+c+d$ là số lẻ nên số chữ số lẻ là lẻ nên có các trường hợp sau:
+ Trường hợp 1 : có 1 chữ số lẻ , 3 chữ số chẵn : có $C_4^1.C_3^3 = 4$ bộ số
+ Trường hợp 2 : có 3 chữ số lẻ , 1 chữ số chẵn : có $C_4^3.C_3^1 = 12$ bộ số
- Từ mỗi bộ số trên ta lập được $P_4 = 24$ số
- Tất cả có 16.24= 384 số , suy ra: $|\Omega_A| = 384$.

Vậy $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{384}{840} = \dfrac{48}{105}$.

Bài 21: Đội dự tuyển học sinh giỏi giải toán trên máy tính cầm tay môn toán của một trường phổ thông có 4 học sinh nam khối 12, 2 học sinh nữ khối 12 và 2 học sinh nam khối 11. Để thành lập đội tuyển dự thi học sinh giỏi giải toán trên máy tính cầm tay môn toán cấp tỉnh nhà trường cần chọn 5 em từ 8 em học sinh trên. Tính xác suất để trong 5 em được chọn có cả học sinh nam và học sinh nữ, có cả học sinh khối 11 và học sinh khối 12.

Hướng dẫn

- Số cách chọn 5 em học sinh từ 8 học sinh trên là $C_8^5 = 56$ cách
- Để chọn 5 em thỏa mãn bài ra, ta xét các trường hợp sau
 +) 1 nam khối 11, 1 nữ khối 12 và 3 nam khối 12 có: $C_2^1C_2^1C_4^3$ cách
 +) 1 nam khối 11, 2 nữ khối 12 và 2 nam khối 12 có: $C_2^1C_2^2C_4^2$ cách
 +) 2 nam khối 11, 1 nữ khối 12 và 2 nam khối 12 có: $C_2^2C_2^1C_4^2$ cách
 +) 2 nam khối 11, 2 nữ khối 12 và 1 nam khối 12 có: $C_2^2C_2^2C_4^1$ cách
- Số cách chọn 5 em thỏa mãn bài ra là:

$$C_2^1C_2^1C_4^3 + C_2^1C_2^2C_4^2 + C_2^2C_2^1C_4^2 + C_2^2C_2^2C_4^1 = 44 \text{ cách}$$

Vậy xác suất cần tính là: $\dfrac{44}{56} = \dfrac{11}{14}$

Bài 22: Một hộp đựng 9 viên bi trong đó có 4 viên bi màu đỏ, 5 viên bi màu xanh. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Tính xác suất để trong 3 viên bi lấy được có ít nhất 2 viên bi màu xanh.

Hướng dẫn

- Gọi Ω là không gian mẫu của phép lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ 9 viên bi

$$\Rightarrow n(\Omega) = C_9^3 = 84$$

- Gọi A là biến cố lấy được ít nhất 2 viên bi xanh, ta có các trường hợp sau:
+ Trường hợp 1. Trong 3 viên bi lấy được có 2 viên bi xanh, 1 viên bi đỏ, có $C_5^2.C_4^1 = 40$ cách.

+ Trường hợp 2. Ba viên bi lấy ra toàn màu xanh, có $C_5^3 = 10$ cách

Suy ra $n(A) = C_5^2.C_4^1 + C_5^3 = 50$. Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{50}{84} = \frac{25}{42}$

Bài 23: Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 4 chữ số phân biệt được chọn từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập A, tính xác suất để số chọn được là số chia hết cho 5.

Hướng dẫn

- Số phần tử của A là $6.A_6^3 = 720$
- Số cách chọn một số có hàng đơn vị là số 0 có $1.A_6^3 = 120$ cách
- Số cách chọn một số có hàng đơn vị là số 5 có $1.5.A_5^2 = 100$ cách
- Suy ra số cách chọn một số chia hết cho 5 là $120 + 100 = 220$ cách

Vậy xác suất cần tìm bằng $\frac{220}{720} = \frac{11}{36}$.

Bài 24: Có 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Tìm xác suất để có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

Hướng dẫn

- Gọi Ω là tập hợp các cách chọn ra 10 tấm thẻ từ 30 tấm thẻ đã cho $\Rightarrow |\Omega| = C_{30}^{10}$
- Trong 30 tấm thẻ có 15 tấm thẻ mang số lẻ, 15 tấm thẻ mang số chẵn trong đó có 3 tấm thẻ mang số chia hết cho 10.
- Gọi Ω_A là tập hợp các cách chọn ra có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10 $\Rightarrow |\Omega_A| = C_{15}^5.C_{12}^4.C_3^1$

Vậy $P(A) = \frac{C_{15}^5.C_{12}^4.C_3^1}{C_{30}^{10}} = \frac{99}{667}$.

Bài 25: Một cái hộp đựng 6 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh.Lấy lần lượt 2 viên bi từ cái hộp đó.Tính xác xuất để viên bi được lấy lần thứ 2 là bi xanh.

Hướng dẫn

* Số cách lấy lần lượt 2 viên bi từ hộp là 10.9 = 90 (cách)
* Nếu lần 1 lấy được bi đỏ và lần 2 lấy được bi xanh thì có 6.4 = 24 (cách)
* Nếu lần 1 lấy được bi xanh và lần 2 cũng là bi xanh thì có 4.3 = 12 (cách)

Suy ra xác suất cần tìm là $p = \frac{(24+12)}{90} = \frac{4}{10}$

Bài 26: Một hộp đựng 10 viên bi đỏ, 8 viên bi vàng và 6 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi. Tính xác suất để các viên bi lấy được đủ cả 3 màu.

Hướng dẫn

Tổng số viên bi trong hộp là 24. Gọi Ω là không gian mẫu.

Lấy ngẫu nhiên 4 viên trong hộp ta có C_{24}^4 cách lấy hay n(Ω) = C_{24}^4.

Gọi A là biến cố lấy được các viên bi có đủ cả 3 màu. Ta có các trường hợp sau:

+) 2 bi đỏ, 1 bi vàng và 1 bi xanh: có $C_{10}^2C_8^1C_6^1 = 2160$ cách

+) 1 bi đỏ, 2 bi vàng và 1 bi xanh: có $C_{10}^1C_8^2C_6^1 = 1680$ cách

+) 1 bi đỏ, 1 bi vàng và 2 bi xanh: có $C_{10}^1C_8^1C_6^2 = 1200$ cách

Do đó, n(A) = 5040

Vậy, xác suất biến cố A là $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{5040}{10626} \approx 47,4\%$

Bài 27: Từ các chữ số của tập $T = \{0;1;2;3;4;5\}$, người ta ghi ngẫu nhiên hai số tự nhiên có ba chữ số khác nhau lên hai tấm thẻ. Tính xác suất để hai số ghi trên hai tấm thẻ đó có ít nhất một số chia hết cho 5.

Hướng dẫn

+ Có $5.A_5^2 = 100$ số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau

+ Có $A_5^2 + 4.A_4^1 = 36$ số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau và chia hết cho 5.

+ Có 64 số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau và không chia hết cho 5.

+ $n(\Omega) = C_{100}^1.C_{99}^1 = 9900$

+ Gọi A là biến cố : "Trong hai số được ghi trên 2 tấm thẻ có ít nhất 1 số chia hết cho 5"

Ta có: $n(A) = C_{36}^1.C_{64}^1 + C_{36}^1.C_{35}^1 = 3564$

Vậy : $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{3564}{9900} = \dfrac{9}{25} = 0,36$

Bài 28: Có 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Chọn ngẫu nhiên ra 5 tấm thẻ. Tính xác suất để trong 5 tấm thẻ được chọn ra có 3 tấm thẻ mang số lẻ, 2 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng một tấm thẻ mang số chia hết cho 4.

Hướng dẫn

- Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{20}^5 = 15504$.

- Trong 20 tấm thẻ, có 10 tấm thẻ mang số lẻ, có 5 tấm thẻ mang số chẵn và chia hết cho 4, 5 tấm thẻ mang số chẵn và không chia hết cho 4.

- Gọi A là biến cố cần tính xác suất. Ta có: $n(A)=C_{10}^{3}.C_{5}^{1}.C_{5}^{1}=3000$.

Vậy, xác suất cần tính là: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{3000}{15504}=\dfrac{125}{646}$.

Bài 29: Gọi M là tập hợp các số tự nhiên gồm 9 chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ M, tính xác suất để số được chọn có đúng 4 chữ số lẻ và chữ số 0 đứng giữa hai chữ số lẻ *(các chữ số liền trước và liền sau của chữ số 0 là các chữ số lẻ).*

Hướng dẫn

Xét các số có 9 chữ số khác nhau:

- Có 9 cách chọn chữ số ở vị trí đầu tiên.
- Có A_9^8 cách chọn 8 chữ số tiếp theo

Do đó số các số có 9 chữ số khác nhau là: 9. A_9^8 = 3265920

Xét các số thỏa mãn đề bài:

- Có C_5^4 cách chọn 4 chữ số lẻ.
- Đầu tiên ta xếp vị trí cho chữ số 0, do chữ số 0 không thể đứng đầu và cuối nên có 7 cách xếp.
- Tiếp theo ta có A_4^2 cách chọn và xếp hai chữ số lẻ đứng hai bên chữ số 0.
- Cuối cùng ta có 6! cách xếp 6 chữ số còn lại vào 6 vị trí còn lại.

Gọi A là biến cố đã cho, khi đó $n(A)=C_5^4.7.A_4^2.6!=302400$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A)=\dfrac{302400}{3265920}=\dfrac{5}{54}$.

Bài 30: Một tổ có 5 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để làm trực nhật. Tính xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ.

Hướng dẫn

- Ta có $n(\Omega)=C_{11}^{3}=165$
- Số cách chọn 3 học sinh có cả nam và nữ là $C_5^2.C_6^1+C_5^1.C_6^2=135$
- Do đó xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ là $\dfrac{135}{165}=\dfrac{9}{11}$

Bài 31: Hai người cùng bắn vào một mục tiêu. Xác suất bắn trúng của từng người là 0,8 và 0,9. Tìm xác suất của các biến cố sao cho chỉ có một người bắn trúng mục tiêu.

Hướng dẫn

- Gọi A là biến cố của người bắn trúng mục tiêu với xác suất là 0.8
- B là biến cố của người bắn trúng mục tiêu với xác suất là 0.9
- Gọi C là biến cố cần tính xác suất thì C $= \boldsymbol{A}.\overline{\boldsymbol{B}} + \overline{\boldsymbol{A}}.\boldsymbol{B}$

Vậy xác suất cần tính là P(C)=0,8.(1-0,9)+(1-0,8).0,9=0,26

Bài 32: Một đội ngũ cán bộ khoa học gồm 8 nhà toán học nam, 5 nhà vật lý nữ và 3 nhà hóa học nữ. Chọn ra từ đó 4 người, tính xác suất trong 4 người được chọn phải có nữ và có đủ ba bộ môn

Hướng dẫn

Ta có : $|\Omega| = C_{16}^4 = 1820$

Gọi A: *"2nam toán, 1 lý nữ, 1 hóa nữ"*

B: *"1 nam toán, 2 lý nữ, 1 hóa nữ"*

C: *"1 nam toán, 1 lý nữ, 2 hóa nữ "*

Thì H $= A \cup B \cup C$: *"Có nữ và đủ ba bộ môn"*

$$P(H) = \frac{C_8^2 C_5^1 C_3^1 + C_8^1 C_5^2 C_3^1 + C_8^1 C_5^1 C_3^2}{|\Omega|} = \frac{3}{7}$$

Bài 33: Một tổ có 5 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để làm trực nhật. Tính xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ.

Hướng dẫn

$n(\Omega) = C_{11}^3 = 165$

- Số cách chọn 3 học sinh có cả nam và nữ là $C_5^2.C_6^1 + C_5^1.C_6^2 = 135$
- Do đó xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ là $\frac{135}{165} = \frac{9}{11}$

Bài 34: Trong cuộc thi " *Rung chuông vàng*", đội Thủ Đức có 20 bạn lọt vào vòng chung kết, trong đó có 5 bạn nữ và 15 bạn nam. Để sắp xếp vị trí chơi, ban tổ chức chia các bạn thành 4 nhóm A, B, C, D, mỗi nhóm có 5 bạn. Việc chia nhóm được thực hiện bằng cách bốc thăm ngẫu nhiên. Tính xác suất để 5 bạn nữ thuộc cùng một nhóm

Hướng dẫn

- Có $n(\Omega) = C_{20}^5 C_{15}^5 C_{10}^5 C_5^5$ cách chia 20 bạn vào 4 nhóm, mỗi nhóm 5 bạn.
- Gọi A là biến cố " 5 bạn nữ vào cùng một nhóm"

- Xét 5 bạn nữ thuộc nhóm A có $C_{15}^5 C_{10}^5 C_5^5$ cách chia các bạn nam vào các nhóm còn lại.

- Do vai trò các nhóm như nhau nên có $|\Omega_A| = 4C_{15}^5 C_{10}^5 C_5^5$

Khi đó $P(\mathrm{A}) = \dfrac{4}{C_{20}^5}$

Bài 35: Một người có 10 đôi giày khác nhau và trong lúc đi du lịch vội vã lấy ngẫu nhiên 4 chiếc. Tính xác suất để trong 4 chiếc giày lấy ra có ít nhất một đôi.

Hướng dẫn

- Số cách lấy 4 chiếc giày tùy ý : $\mathrm{C}_{20}^4 = 4845$

- Số cách chọn 4 chiếc giày từ 4 đôi *(mỗi chiếc lấy từ một đôi)* là :

(số cách chọn 4 đôi từ 10 đôi)×(số cách chọn 4 chiếc) = $\mathrm{C}_{10}^4 2^4$

Xác suất cần tìm là : $\dfrac{\mathrm{C}_{20}^4 - \mathrm{C}_{10}^4.2^4}{\mathrm{C}_{20}^4} = \dfrac{672}{969}$

Bài 36: Giải bóng chuyền VTV Cup gồm 12 đội bóng tham dự, trong đó có 9 đội nước ngoài và 3 đội của Việt Nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng A, B, C mỗi bảng 4 đội. Tính xác suất để 3 đội bóng của Việt Nam ở ba bảng khác nhau.

Hướng dẫn

- Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{12}^4.C_8^4.C_4^4 = 34.650$

- Gọi A là biến cố *"3 đội bong của Việt nam ở ba bảng khác nhau"*

- Số các kết quả thuận lợi của A là $n(A) = 3C_9^3.2C_6^3.1.C_3^3 = 1080$

Xác xuất của biến cố A là $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega} = \dfrac{1080}{34650} = \dfrac{54}{173} \simeq 0,31$

Bài 37: Có 5 hộp bánh, mỗi hộp đựng 8 cái bánh gồm 5 cái bánh mặn và 3 bánh ngọt. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra hai bánh. Tính xác suất biến cố trong năm lần lấy ra đó có bốn lần lấy được 2 bánh mặn và một lần lấy được 2 bánh ngọt.

Hướng dẫn

- Gọi Ω là không gian mẫu của phép thử.

- Gọi A là biến cố *"Trong năm lần lấy ra có bốn lần lấy được 2 bánh mặn và một lần lấy được 2 bánh ngọt"*.

$$\Rightarrow \mathrm{n}(\Omega) = (\mathrm{C}_8^2)^5, \quad \mathrm{n}(\mathrm{A}) = 5.(\mathrm{C}_5^2)^4.\mathrm{C}_3^2 \Rightarrow \mathrm{P}(\mathrm{A}) = \frac{5.(\mathrm{C}_5^2)^4.\mathrm{C}_3^2}{(\mathrm{C}_8^2)^5} = \frac{9375}{1075648} \approx 0,0087$$

Bài 38: Có 30 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Tính xác suất để có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có duy nhất 1 tấm mang số chia hết cho 10.

Hướng dẫn

- Gọi A là biến cố lấy được 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

- Chọn 10 tấm thẻ trong 30 tấm thẻ có : C^{10}_{30} cách chọn

- Ta phải chọn :

+ 5 tấm thẻ mang số lẻ trong 15 tấm mang số lẻ có C_{15}^{5} cách chọn.

+ 1 tấm thẻ chia hết cho 10 trong 3 tấm thẻ mang số chia hết cho 10, có : C^{1}_{3} cc

+ 4 tấm thẻ mang số chẵn nhưng không chia hết cho 10 trong 12 tấm như vậy, có : C^{4}_{12}

Vậy xác suất cần tìm là : P(A) = $\dfrac{C_{15}^{5}.C_{12}^{4}.C_{3}^{1}}{C_{30}^{10}} = \dfrac{99}{667}$

Bài 39: Trong kỳ thi học sinh giỏi quốc gia, lớp 12A Có 2 học sinh đạt giải môn Toán đều là học sinh nam và 4 học sinh đạt giải môn Vật lí trong đó có 2 học sinh nam và 2 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh trong các học sinh đạt giải đó đi dự lễ tổng kết năm học của tỉnh. Tính xác suất để 4 học sinh được chọn có 2 nam và 2 nữ, đồng thời còn có cả học sinh đạt giải môn Toán và học sinh đạt giải môn Vật lí.

Hướng dẫn

- Không gian mẫu **Ω** là tập hợp gồm tất cả các cách chọn ra 3 học sinh trong các học sinh đạt giải của kỳ thi học sinh giỏi quốc gia, do đó ta có $n(\Omega) = C_6^3 = 20$

- Kí hiệu A là biến cố *''4 học sinh được chọn có 2 nam và 2 nữ, đồng thời còn có cả học sinh đạt giải môn Toán và học sinh đạt giải môn Vật lí''*

- Vì chỉ có đúng 2 học sinh nữ đạt giải đều thuộc môn Vật lí, do đó phải chọn tiếp ra 2 học sinh nam lại phải có mặt ở hai môn khác nhau thì chỉ có thể là 2 học sinh nam đạt giải môn Toán hoặc 1 học sinh nam đạt giải môn Toán và 1 học sinh nam đạt giải môn Vật lí. Vậy ta có $n(\text{A}) = 1 + C_2^1.C_2^1 = 5 \Rightarrow P(\text{A}) = \dfrac{n(\text{A})}{n(\Omega)} = \dfrac{1}{4}$

Bài 40: Một hộp đựng 5 viên bi đỏ giống nhau và 6 viên bi xanh cũng giống nhau. Lấy ngẫu nhiên từ hộp đó ra 4 viên bi. Tính xác suất để 4 viên bi được lấy ra có đủ hai màu và số viên bi màu đỏ lớn hơn số viên bi màu xanh.

Hướng dẫn

- Số phần tử của không gian mẫu là: $C_{11}^4 = 330$.

- Trong số 4 viên bi được chọn phải có 3 viên bi đỏ và 1 viên bi xanh.

- Số cách chọn 4 viên bi đó là: $C_5^3.C_6^1 = 60$.

Vậy xác suất cần tìm là : $P = \dfrac{60}{330} = \dfrac{2}{11}$

Bài 41: Một nhóm gồm 6 học sinh có tên khác nhau, trong đó có hai học sinh tên là An và Bình. Xếp ngẫu nhiên nhóm học sinh đó thành một hàng dọc. Tính xác suất sao cho hai học sinh An và Bình đứng cạnh nhau.

Hướng dẫn

- Mỗi cách xếp ngẫu nhiên 6 học sinh thành 1 hàng dọc là một hoán vị của 6 phần tử $\Rightarrow n(\Omega) = 6! = 720$ (phần tử)

- Gọi A là biến cố: *"An và Bình đứng cạnh nhau"*.

$\Rightarrow n(A) = 5!.2! = 240$ (phần tử)

$\Rightarrow P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{240}{720} = \dfrac{1}{3}$ (phần tử)

Bài 42: Cho tập $A = \{0;1;2;4;5;7;8\}$.Gọi X là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt lấy từ A. Tính số phần tử của X. Lấy ngẫu nhiên một số từ tập X, tính xác suất để số lấy được là số chẵn.

Hướng dẫn

+) Xét các số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt lấy từ A, giả sử các số đó có dạng: $\overline{abcd}, a \neq 0$.

+ Chọn $a \neq 0$, có 6 cách chọn, chọn các chữ số $b,c,d \neq a$ và xếp thứ tự có: $A_6^3 = 120$ cách.

$\Rightarrow$ có tất cả: 6.120 = 720 số tự nhiên như vậy.

Vậy số phần tử của X là: 720. Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = 720$.

+) Gọi B là biến cố: *"Số tự nhiên được chọn là số chẵn"*.

+) Xét các số tự nhiên chẵn có 4 chữ số phân biệt lấy từ A, giả sử các số đó có dạng: $\overline{a_1a_2a_3a_4}, a_1 \neq 0, a_4 \in \{0;2;4;8\}$.

+) TH1: $a_4 = 0$, có 1 cách chọn; chọn các chữ số $a_1, a_2, a_3 \neq 0$ và xếp thứ tự có $A_6^3 = 120$ cách chọn $\Rightarrow$ TH1 có: 1.120 = 120 số tự nhiên như vậy.

+) TH2: $a_4 \in \{2;4;6\}$, có 3 cách chọn; chọn $a_1 \in A\backslash\{0;a_4\}$, có 5 cách chọn; chọn các chữ số $a_2,a_3 \in A\backslash\{a_1;a_4\}$ và xếp thứ tự có $A_5^2 = 20$ cách chọn $\Rightarrow$TH2 có: 3.5.20 = 300 số tự nhiên như vậy.

$\Rightarrow$có tất cả: 120 + 300 = 420 số tự nhiên như vậy $\Rightarrow$Số phần tử thuận lợi cho biến cố B là: n(B) = 420.

+) Vậy: $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{420}{720} = \frac{7}{12}$.

Bài 43: Có 13 tấm thẻ phân biệt trong đó có 1 tấm thẻ ghi chữ ĐỖ, 1 tấm thẻ ghi chữ ĐẠI, 1 tấm thẻ ghi chữ HỌC và 10 tấm thẻ đánh số lần lượt từ 0 đến 9. Lấy ngẫu nhiên ra 7 thẻ. Tính xác suất để rút được 7 thẻ : ĐỖ ; ĐẠI ; HỌC ; 2 ; 0 ; 1 ; 5

Hướng dẫn

- Số phần tử của không gian mẫu là $C_{13}^7 = 1716$

- Có 1 cách chọn 7 thẻ ĐỖ ; ĐẠI ; HỌC ; 2 ; 0 ; 1; 5 . Vậy xác suất cần tìm $P = \frac{1}{1716}$

Bài 44: Một hộp chứa 4 quả cầu màu đỏ, 5 quả cầu màu xanh và 7 quả cầu màu vàng. Lấy ngẫu nhiên cùng lúc ra 4 quả cầu từ hộp đó. Tính xác suất sao cho 4 quả cầu được lấy ra có đúng một quả cầu màu đỏ và không quá hai quả cầu màu vàng

Hướng dẫn

- Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{16}^4 = 1820$.

- Gọi B là biến cố “ 4 quả lấy được có đúng một quả cầu màu đỏ và không quá hai quả màu vàng”. Ta xét ba khả năng sau:

- Số cách lấy 1 quả đỏ, 3 quả xanh là: $C_4^1C_5^3$

- Số cách lấy 1 quả đỏ, 2 quả xanh, 1 quả vàng là: $C_4^1C_5^2C_7^1$

- Số cách lấy 1 quả đỏ, 1 quả xanh, 2 quả vàng là: $C_4^1C_5^1C_7^2$

Khi đó $|\Omega_B| = C_4^1C_5^3 + C_4^1C_7^1C_5^2 + C_4^1C_7^2C_5^1 = 740$.

Xác suất của biến cố B là $P(B) = \frac{|\Omega_B|}{|\Omega|} = \frac{740}{1820} = \frac{37}{91}$.

Bài 45: Biết trong số 10 vé xổ số còn lại trên bàn vé có 2 vé trúng thưởng. Khi đó một người khách rút ngẫu nhiên 5 vé .Hãy tính xác suất sao cho trong 5 vé được rút ra có ít nhất một vé trúng thưởng

Hướng dẫn

+ Số phần tử của không gian mẫu: $|\Omega| = C_{10}^5 = 252$

+ Biến cố A: *"Trong năm vé rút ra có ít nhất một vé trúng thưởng"*

$\Rightarrow$ biến cố $\overline{A}$: *"Trong năm vé rút ra không có vé nào trúng thưởng"*

$\Rightarrow$ Số kết quả thuận lợi cho biến cố $\overline{A}$ là $C_8^5 = 56$

$\Rightarrow$ Xác suất của biến cố $\overline{A}$ là P($\overline{A}$) = $\frac{56}{252}$

$\Rightarrow$ Xác suất của biến cố A là P(A) = $1 - \frac{56}{252} = \frac{7}{9}$

Bài 46: Trong một lô hàng có 12 sản phẩm khác nhau, trong đó có 2 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên 6 sản phẩm từ lô hàng đó. Hãy tính xác suất để trong 6 sản phẩm lấy ra có không quá 1 phế phẩm

Hướng dẫn

- Mỗi kết quả lấy ra 6 sản phẩm từ 12 sản phẩm ứng với tổ hợp chập 6 của 12, do đó số kết quả có thể xảy ra là: $n(\Omega) = C_{12}^6 = 924$

- Gọi A là biến cố: *"Lấy ra 6 sản phẩm có 2 phế phẩm"*

- Khi đó $\overline{A}$ là biến cố: *"Lấy ra 6 sản phẩm mà trong đó có không quá 1 phế phẩm"*

  Ta tìm được $n(A) = C_2^2 C_{10}^4 = 210 \Rightarrow \ldots$

Bài 47: Có 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Tính xác suất để có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có 1 tấm mang số chia hết cho 10.

Hướng dẫn

- Gọi A là biến cố lấy được 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

- Chọn 10 tấm thẻ trong 30 tấm thẻ có: C_{30}^{10} cách chọn

Ta phải chọn :

+ 5 tấm thẻ mang số lẻ trong 15 tấm mang số lẻ

+ 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10 trong 3 tấm thẻ mang số chia hết cho 10

+ 4 tấm thẻ mang số chẵn nhưng không chia hết cho 10 trong 12 tấm như vậy.

Theo quy tắc nhân, số cách chọn thuận lợi để xảy ra biến cố A là: $C_{15}^{5}C_{12}^{4}C_{3}^{1}$

Xác suất cần tìm là $P(A)=\dfrac{C_{15}^{5}C_{12}^{4}C_{3}^{1}}{C_{30}^{10}}=\dfrac{99}{667}$

Bài 48: Chọn ngẫu nhiên 3 số từ tập $S=\{1,2,...,11\}$. Tính xác suất để tổng ba số được chọn là 12

Hướng dẫn

- Số trường hợp có thể là $C_{11}^{3}=165$.
- Các bộ (a, b, c) mà $a+b+c=12$ và $a<b<c$ là :

$(1,2,9),(1,3,8),(1,4,7),(1,5,6),(2,3,7),(2,4,6),(3,4,5)$. Vậy $P=\dfrac{7}{165}$.

Bài 49: Gọi M là tập hợp các số tự nhiên gồm 9 chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ M, tính xác suất để số được chọn có đúng 4 chữ số lẻ và chữ số 0 đứng giữa hai chữ số lẻ (các chữ số liền trước và liền sau của chữ số 0 là các chữ số lẻ).

Hướng dẫn

Xét các số có 9 chữ số khác nhau:

- Có 9 cách chọn chữ số ở vị trí đầu tiên.
- Có A_9^8 cách chọn 8 chữ số tiếp theo

Do đó số các số có 9 chữ số khác nhau là: 9. A_9^8 = 3265920

Xét các số thỏa mãn đề bài:

- Có C_5^4 cách chọn 4 chữ số lẻ.
- Đầu tiên ta xếp vị trí cho chữ số 0, do chữ số 0 không thể đứng đầu và cuối nên có 7 cách xếp.
- Tiếp theo ta có A_4^2 cách chọn và xếp hai chữ số lẻ đứng hai bên chữ số 0.
- Cuối cùng ta có 6! cách xếp 6 chữ số còn lại vào 6 vị trí còn lại.

Gọi A là biến cố đã cho, khi đó $n(A)=C_5^4.7.A_4^2.6!=302400$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A)=\dfrac{302400}{3265920}=\dfrac{5}{54}$.

Bài 50: Một hộp đựng 11 viên bi được đánh số từ 1 đến 11. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi rồi cộng các số trên viên bi lại với nhau. Tính xác suất để kết quả thu được là một số lẻ.

Hướng dẫn

- Gọi Ω là tập hợp các cách lấy ra 4 viên bi từ 11 viên bi ban đầu, ta có $n(\Omega)=C_{11}^4=330$

- Số các viên bi đánh số lẻ là 6, số các viên bi đánh số chẵn là 5.

- Gọi A là biến cố lấy ra 4 viên bi có tổng là một số lẻ

TH1. Trong 4 viên lấy ra có 1 viên bi lẻ, 3 viên bi chẵn.

Suy ra TH1 có $C_6^1C_5^3=6.10=60$ cách

TH2. Trong 4 viên lấy ra có 3 viên bi lẻ, 1 viên bi chẵn

Suy ra TH2 có $C_6^3C_5^1=20.5=100$ cách

Vậy $n(A)=C_6^1C_5^3+C_6^3C_5^1=160$. Suy ra $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}==\dfrac{160}{330}=\dfrac{16}{33}$

Bài 51: Trường THPT X có 15 học sinh là Đoàn viên ưu tú, trong đó khối 12 có 3 nam và 3 nữ, khối 11 có 2 nam và 3 nữ, khối 10 có 2 nam và 2 nữ. Đoàn trường chọn ra 1 nhóm gồm 4 học sinh là Đoàn viên ưu tú để tham gia lao động Nghĩa trang liệt sĩ. Tính xác suất để nhóm được chọn có cả nam và nữ, đồng thời mỗi khối có 1 học sinh nam.

Hướng dẫn

- Số phần tử của không gian mẫu: $|\Omega|=C_{15}^4=1365$

- Gọi biến cố A: *"nhóm được chọn có cả nam và nữ, đồng thời mỗi khối có 1 học sinh nam"*

- Số phần tử của biến cố A: $|\Omega_A|=C_3^1.C_2^1.C_2^1.C_8^1=96$. Vậy: $P(A)=\dfrac{96}{1365}=\dfrac{32}{455}$

Bài 52: Xét các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau. Tìm xác suất để số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau lấy ra từ các số trên thảo mãn: Chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước

Hướng dẫn

- Các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau: $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ trong đó $a_i\neq a_j$ với $i\neq j$

$a_1\neq 0\Rightarrow$ Có 9 cách chọn a_1

+ Mỗi cách chọn a_1 có 9 cách chọn a_2

+ Mỗi cách chọn a_1, a_2 có 8 cách chọn a_3

+ Mỗi cách chọn a_1, a_2, a_3 có 7 cách chọn a_4

+ Mỗi cách chọn a_1, a_2, a_3, a_4 có 6 cách chọn a_5

$\Rightarrow|\Omega|=9.9.8.7.6=27216$

- Xét biến cố A: *"Số có năm chữ số lấy ra thoả mãn chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước"*. Vì chữ số 0 không thể đứng trước bất kỳ số nào nên xét tập hợp:

$X = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Mỗi bộ gồm 5 chữ số khác nhau lấy ra từ X có một cách sắp xếp theo thứ tự tăng dần $\Rightarrow |\Omega_A| = C_9^5 \Rightarrow P(A) = \frac{126}{27216} = \frac{1}{216}$

Bài 53: Một hộp chứa 6 bi màu vàng, 5 bi màu đỏ và 4 bi màu xanh có kích thước và trọng lượng như nhau, lấy ngẫu nhiên 8 bi trong hộp. Tính xác xuất sao cho trong 8 bi lấy ra có số bi màu vàng bằng với số bi màu đỏ.

Hướng dẫn

Gọi A là biến cố: *"trong 8 bi lấy ra có số bi màu vàng bằng với số bi màu đỏ"*

Trường hợp 1: Chọn được 2 bi vàng, 2 bi đỏ và 4 bi xanh.

Trường hợp 2: Chọn được 3 bi vàng, 3 bi đỏ và 2 bi xanh.

Trường hợp 3: Chọn được 4 bi vàng, 4 bi đỏ.

$\Rightarrow n(A) = C_6^2 C_5^2 C_4^4 + C_6^3 C_5^3 C_4^2 + C_6^4 C_5^4 = 1425$

- Gọi không gian mẫu Ω là số trường hợp có thể xảy ra khi lấy ngẫu nhiên 8 bi trong hộp chứa 15 bi: $\Rightarrow n(\Omega) = C_{15}^8 = 6435$

Vậy xác suất sao cho trong 8 bi lấy ra có số bi màu vàng bằng với số bi màu đỏ là:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1425}{6435} = \frac{95}{429}$$

Bài 54: Có 2 hộp bi, hộp thứ nhất có 4 bi đỏ và 3 bi trắng, hộp thứ hai có 2 bi đỏ và 4 bi trắng . Chọn ngẫu nhiên mỗi hộp 1 viên, tính xác suất để 2 bi được chọn cùng màu

Hướng dẫn

- Gọi w là không gian mẫu: tập hợp các cách chọn ngẫu nhiên mỗi hộp 1 viên bi

$\Rightarrow n(w) = 7.6 = 42$

Gọi A là biến cố 2 bi được chọn cùng màu $\Rightarrow n(A) = 4.2 + 3.4 = 20$

Vậy xác suất của biến cố A là P(A)= $\frac{n(A)}{n(w)} = \frac{20}{42} = \frac{10}{21}$

Bài 55: Trong một hộp kín có 50 thẻ giống nhau được đánh số từ 1 đến 50. Lấy ngẫu nhiên 3 thẻ, tính xác suất lấy được đúng hai thẻ mang số chia hết cho 8.

Hướng dẫn

Gọi Ω là không gian mẫu.

- Chọn 3 thẻ bất kì trong 50 thẻ có C_{50}^3 cách chọn

$\Rightarrow$ số phần tử trong không gian mẫu là: $n(\Omega)=C_{50}^3=19600$

- Gọi A là biến cố " Trong 3 thẻ lấy được có đúng hai thẻ mang số chia hết cho 8"

- Từ 1 đến 50 có 6 số chia hết cho 8

Do đó số cách chọn 3 thẻ và có đúng 2 thẻ chia hết cho 8 là : $C_6^2.C_{44}^1=660$

$\Rightarrow$ số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A)=660$

Vậy xác suất để chọn ngẫu nhiên 3 thẻ có đúng hai thẻ mang số chia hết cho 8 là:

$$P(A)=\frac{660}{19600}=\frac{33}{980}$$

Bài 56: Trong cụm thi để xét công nhận tốt nghiệp THPT thí sinh phải thi 4 môn trong đó có 3 môn bắt buộc là Toán, Văn, Ngoại ngữ và 1 môn do thí sinh tự chọn trong số các môn: Vật lí, Hóa học, Sinh học, Lịch sử và Địa lí. Trường X có 40 học sinh đăng kí dự thi, trong đó 10 học sinh chọn môn Vật lí và 20 học sinh chọn môn Hóa học. Lấy ngẫu nhiên 3 học sinh bất kỳ của trường X. Tính xác suất để trong 3 học sinh đó luôn có học sinh chọn môn Vật lí và học sinh chọn môn Hóa học.

Hướng dẫn

- Số phần tử của không gian mẫu là $n_\Omega=C_{40}^3$

- Gọi A là biến cố *"3 học sinh được chọn luôn có học sinh chọn môn Vật lý và học sinh chọn môn Hóa học"*

- Số phần tử của biến cố A là $n_A=C_{10}^1.C_{20}^2+C_{10}^2.C_{20}^1+C_{20}^1.C_{10}^1.C_{10}^1$

Vậy xác suất để xảy ra biến cố A là $P_A=\frac{n_A}{n_\Omega}=\frac{120}{247}$

Bài 57: Một hộp chứa 6 bi màu vàng, 5 bi màu đỏ và 4 bi màu xanh có kích thước và trọng lượng như nhau, lấy ngẫu nhiên 8 bi trong hộp. Tính xác xuất sao cho trong 8 bi lấy ra có số bi màu vàng bằng với số bi màu đỏ.

Hướng dẫn

- Gọi A là biến cố: "trong 8 bi lấy ra có số bi màu vàng bằng với số bi màu đỏ"

Trường hợp 1: Chọn được 2 bi vàng, 2 bi đỏ và 4 bi xanh.

Trường hợp 2: Chọn được 3 bi vàng, 3 bi đỏ và 2 bi xanh.

Trường hợp 3: Chọn được 4 bi vàng, 4 bi đỏ.

$\Rightarrow n(A)=C_6^2C_5^2C_4^4+C_6^3C_5^3C_4^2+C_6^4C_5^4=1425$

- Gọi không gian mẫu Ω là số trường hợp có thể xảy ra khi lấy ngẫu nhiên 8 bi trong hộp chứa 15 bi: $\Rightarrow n(\Omega) = C_{15}^{8} = 6435$

Vậy xác suất sao cho trong 8 bi lấy ra có số bi màu vàng bằng với số bi màu đỏ là: $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{1425}{6435} = \dfrac{95}{429}$

Bài 58: Một lớp học có 15 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng làm bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ.

Hướng dẫn

- Không gian mẫu Ω là tập hợp tất cả các bộ gồm 4 học sinh được chọn từ 25 học sinh nên ta có: $n(\Omega) = C_{25}^{4} = 12650$

- Gọi A là biến cố *"4 học sinh được chọn có cả nam và nữ"*

Có các trường hợp:

+ Chọn 1 nữ và 3 nam: có $C_{10}^{1}C_{15}^{3} = 4550$

+ Chọn 2 nữ và 2 nam: có $C_{10}^{2}C_{15}^{2} = 4725$

+ Chọn 3 nữ và 1 nam: có $C_{10}^{3}C_{15}^{1} = 1800$

Suy ra số cách chọn 4 học sinh có cả nam và nữ là: $4550 + 4725 + 1800 = 11075$

Vậy: $P(A) = \dfrac{n(\Omega_A)}{n(\Omega)} = \dfrac{11075}{12650} = \dfrac{443}{506} \simeq 0,875$

Bài 59: Trong một thùng có chứa 7 đèn màu xanh khác nhau và 8 đèn đỏ khác nhau. Lấy ngẫu nhiên 3 đèn mắc vào 3 chuôi mắc nối tiếp nhau. Tính xác suất A: "mắc được đúng 2 đèn xanh

Hướng dẫn

- Ta có: $n(\Omega) = C_{15}^{3}$, $n(A) = C_{7}^{2}.C_{8}^{1} \Rightarrow P(A) = \dfrac{24}{65}$

Bài 60: Một đội ngũ cán bộ khoa học gồm 8 nhà toán học nam, 5 nhà vật lý nữ và 3 nhà hóa học nữ. Người ta chọn ra từ đó 4 người để đi công tác , tính xác suất sao cho trong 4 người được chọn phải có nữ và có đủ ba bộ môn.

Hướng dẫn

- Chọn ngẫu nhiên 4 nhà khoa học trong 16 nhà khoa học có C_{16}^{4} cách

+ Chọn 2 nhà toán học nam, 1 nhà vật lý nữ, 1 nhà hóa học nữ có $C_{8}^{2}.C_{5}^{1}.C_{3}^{1}$ cách

+ Chọn 1 nhà toán học nam, 2 nhà vật lý nữ, 1 nhà hóa học nữ có $C_{8}^{1}.C_{5}^{2}.C_{3}^{1}$ cách

+ Chọn 1 nhà toán học nam, 1 nhà vật lý nữ, 2 nhà hóa học nữ có $C_8^1.C_5^1.C_3^2$ cách

Vậy xác suất cần tìm là : $P=\dfrac{C_8^2.C_5^1.C_3^1+C_8^1.C_5^2.C_3^1+C_8^1.C_5^1.C_3^2}{C_{16}^4}=\dfrac{3}{7}$

Bài 61: Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất. Giả sử súc sắc xuất hiện mặt b chấm. Tính xác suất để phương trình $x^2+bx+2=0$ có hai nghiệm phân biệt.

Hướng dẫn

- Có 6 khả năng xảy ra khi tung súc sắc nên số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega)=6$
- Gọi A là biến cố: phương trình $x^2+bx+2=0$ (*) có hai nghiệm phân biệt
- (*) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta>0 \Leftrightarrow b^2-8>0 \Leftrightarrow b\in\{3;4;5;6\} \Rightarrow n(A)=4$.

Xác suất cần tìm $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{2}{3}$

Bài 62: Cho một hộp đựng 12 viên bi, trong đó có 7 viên bi màu đỏ, 5 viên bi màu xanh. Lấy ngẫu nhiên mỗi lần 3 viên bi. Tính xác suất để lấy được cả 3 viên bi đều màu đỏ.

Hướng dẫn

- Gọi Ω là tập hợp tất cả các cách lấy ra 3 viên bi trong số 12 viên bi.

Ta có: $|\Omega|=C_{12}^3=220$.

- Gọi A là biến số "lấy được 3 viên bi màu đỏ". Số các cách lấy ra 3 viên bi màu đỏ trong 7 viên bi màu đỏ là $|\Omega_A|=C_7^3=35$.
- Vậy xác suất P(A) để lấy ra được 3 viên bi màu đỏ là : $P(A)=\dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\dfrac{35}{220}=\dfrac{7}{44}$.

Bài 63: Cho đa giác đều 30 cạnh. Gọi S là tập hợp các tứ giác tạo thành có 4 đỉnh lấy từ các đỉnh của đa giác đều. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của S. Tính xác suất để được một hình chữ nhật

Hướng dẫn

- Số tứ giác tạo thành với 4 đỉnh lấy từ các đỉnh của đa giác đều là C_{30}^4.
- Suy ra $n(S)=n(\Omega)=C_{30}^4$
- Gọi A là biến cố được tứ giác là một hình chữ nhật.
- Số đường chéo đa giác qua tâm của đa giác đều: 15
- Số hình chữ nhật tạo thành : $C_{15}^2 \Rightarrow n(A)=C_{15}^2 \;\Rightarrow p(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{1}{261}$

Bài 64 : Từ các chữ số 1;2;3;4;5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số, trong đó chữ số 3 có mặt đúng ba lần, các chữ số còn lại có mặt không quá một lần. Trong các số tự nhiên nói trên, chọn ngẫu nhiên một số, tìm xác suất để số được chọn chia hết cho 3.

Hướng dẫn

- Gọi $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ là số tự nhiên cần tìm, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 thuộc $\{1;2;3;4;5\}$

- Sắp chữ số 3 vào ba vị trí, có $C_5^3 = 10$ (cách)

- Còn lại hai vị trí, 4 chữ số. Chọn hai chữ số xếp vào hai vị trí đó, có $C_4^2 = 12$ (cách)

- Vậy không gian mẫu có $10.12 = 120$ phần tử

- Gọi A là biến cố: *"số được chọn chia hết cho 3"*, có hai phương án:

  + Hai chữ số còn lại là 1 và 5, có $C_5^3.2! = 20$ số

  + Hai chữ số còn lại là 2 và 4, có $C_5^3.2! = 20$ số

Vậy biến cố A có 40 phần tử. Xác suất của biến cố A là: $P = \dfrac{40}{120} = \dfrac{1}{3}$

Bài 65: Một tổ có 5 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để làm trực nhật . Tính xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ.

Hướng dẫn

+ $n(\Omega) = C_{11}^3 = 165$

+ Số cách chọn 3 học sinh có cả nam và nữ là $C_5^2.C_6^1 + C_5^1.C_6^2 = 135$

Do đó xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ là $\dfrac{135}{165} = \dfrac{9}{11}$

Bài 66: Một người chọn ngẫu nhiên hai chiếc giày từ bốn đôi giày cỡ khác nhau. Tính xác suất để hai chiếc chọn được tạo thành một đôi

Hướng dẫn

- Số phần tử không gian mẫu là số cách chọn 2 chiếc giày từ 8 chiếc tùy ý là

$n(\Omega) = C_8^2 = 28$

- Kí hiệu A là biến cố chọn được hai chiếc giày cùng một đôi. Số cách chọn một đôi trong 4 đôi giày 4 cách. Do đó n(A) = 4. Vì vậy P(A) $= \dfrac{1}{7}$

Bài 67: Tại 1 điểm thi của kì thi Trung học phổ thông quốc gia có 10 phòng thi gồm 6 phòng mỗi phòng có 24 thí sinh và 4 phòng mỗi phòng có 25 thí sinh. Sau 1 buổi thi, 1 phóng viên truyền hình chọn ngẫu nhiên 10 thí sinh trong số các thí sinh đã dự thi buổi đó để phỏng vấn. Giả sử khả năng được chọn để phỏng vấn của các thí sinh là như nhau. Tính xác suất để trong 10 thí sinh được chọn phỏng vấn không có 2 thí sinh nào cùng thuộc 1 phòng thi

Hướng dẫn

- Tổng số thí sinh của điểm thi: 6.24+4.25=244 (thí sinh)
- Không gian mẫu Ω là tập hợp gồm tất cả các cách chọn 10 thí sinh từ 244 thí sinh của điểm thi
- Ta có: $\mathrm{n}(\Omega)=C_{244}^{10}$
- Kí hiệu X là biến cố "Trong 10 thí sinh được chọn phỏng vấn không có 2 thí sinh nào cùng thuộc một phòng thi" $\Rightarrow \mathrm{n}(X)=24^6.25^4$
- Xác suất cần tìm là: $\mathrm{P}=\dfrac{n(X)}{n(\Omega)}=\dfrac{24^6.25^4}{C_{244}^{10}}\approx 4,37.10^{-4}$

Bài 68: Có 300 học sinh đăng ký. Có 50 học sinh đạt yêu cầu vào lớp 6A. Bốc thăm ngẫu nhiên 30 học sinh từ 300 học sinh nói trên. Tìm xác suất để có đúng 90% số học sinh đạt yêu cầu.

Hướng dẫn

- Gọi A là biến cố: “Chọn được 90% học sinh đạt yêu cầu”.
- Chọn ngẫu nhiên 30 học sinh từ 300 học sinh có C_{300}^{30} cách chọn.
- Chọn được 90% học sinh đạt yêu cầu, tức là chọn được 27 em. Chọn 27 học sinh từ 50 học sinh có C_{50}^{27} cách.
- Chọn nốt 3 em từ 250 em còn lại có C_{250}^{3} cách.
- Số cách chọn học sinh đạt yêu cầu là: $C_{50}^{27}.C_{250}^{3}$.

Xác suất của biến cố A là $P(A)=\dfrac{C_{50}^{27}.C_{250}^{3}}{C_{300}^{30}}\approx 1,6.10^{-21}$.

Bài 69: Một tổ có 7 học sinh (trong đó có 3 học sinh nữ và 4 học sinh nam). Xếp ngẫu nhiên 7 học sinh đó thành một hàng ngang. Tìm xác suất để 3 học sinh nữ đứng cạnh nhau.

Hướng dẫn

Gọi A là biến cố *“3 học sinh nữ cạnh nhau”*

+ Số biến cố đồng khả năng: Xếp 7 học sinh ngẫu nhiên, có số hoán vị là 7!

+ Số cách xếp có 3 học sinh nữ cạnh nhau:

Coi 3 học sinh nữ là 1 phần tử, kết hợp với 4 học sinh nam suy ra có 5 phần tử, có 5! cách sắp xếp. Với mỗi cách sắp xếp đó lại có 3! cách hoán vị 3 học sinh nữ. Vậy có 5!.3! cách sắp xếp.

+ Xác suất của biến cố A là: $p(A)=\frac{5!.3!}{7!}=\frac{1}{7}$. $(p(A)\approx 0.14)$.

Bài 70: Gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm 3 chữ số phân biệt được chọn từ các chữ số $0,1,2,3,4,5,6$. Chọn ngẫu nhiên một số từ S. Tính xác suất để số được chọn có chữ số hàng đơn vị gấp đôi chữ số hàng trăm.

Hướng dẫn

- Gọi số cần tìm của tập S có dạng $\overline{abc}\left(a\neq 0,\ a\neq b\neq c,\ a,b,c\in\{0,1,2,3,4,5,6\}\right)$

- Số cách chọn chữ số a có 6 cách (vì $a\neq 0$)

- Số cách chọn chữ số b có 6 cách (vì $b\neq a$)

- Số cách chọn chữ số c có 5 cách (vì $c\neq a,\ c\neq b$)

- Vậy S có $6.6.5=180$ (số). Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=180$.

- Gọi A là biến cố "số được chọn có chữ số hàng đơn vị gấp đôi chữ số hàng trăm". Khi đó ta có 3 bộ số thỏa mãn biến cố A là: $\overline{1b2},\overline{2b4},\overline{3b6}$ và trong mỗi bộ thì b có 5 cách chọn nên có $3.5=15$ (số). Các kết quả có lợi cho biến cố A là $|\Omega_A|=15$.

Vậy $P(A)=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\frac{15}{180}=\frac{1}{12}$.

Bài 71: Có 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Rút ngẫu nhiên 3 thẻ. Tính xác suất để tổng các số được ghi trên 3 thẻ chia hết cho 3.

Hướng dẫn

+ Để 3 thẻ rút được có tổng chia hết cho 3 thì 3 thẻ đó phải có dạng: $3k;3k+1;3k+2$

+ Ta thấy $1\leq 3k\leq 30, k\in Z\Rightarrow k\in\{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10\}$, vậy loại thẻ 3k có 10 thẻ

+ Tương tự $1\leq 3k+1\leq 30, k\in Z\Rightarrow k\in\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$, vậy loại thẻ $3k+1$ có 10 thẻ

+ $1\leq 3k+2\leq 30, k\in Z\Rightarrow k\in\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$, vậy loại thẻ $3k+2$ có 10 thẻ

Như vậy: để tổng các số được ghi trên 3 thẻ chia hết cho 3 thì ta có 4 TH sau:

- TH1: rút 3 thẻ 3k có C_{10}^3 cách

- TH2: rút 3 thẻ $3k+1$ có C_{10}^3 cách

- TH3: rút 3 thẻ $3k+2$ có C_{10}^3 cách

- TH4: rút 1 thẻ 3k, 1 thẻ $3k+1$, 1 thẻ $3k+2$ có 10.10.10 cách

Đáp số: $p=\dfrac{C_{10}^3+C_{10}^3+C_{10}^3+10.10.10}{C_{30}^3}$

Bài 72: Một hộp đựng 52 bóng đèn trong đó có 4 bóng đèn bị hỏng. Lấy ngẫu nhiên cùng một lúc 3 bóng đèn. Tính xác suất để 3 bóng đèn được lấy ra có ít nhất 1 bóng đèn bị hỏng.

Hướng dẫn

+ Số cách lấy ra cùng một lúc 3 bóng đèn từ 52 bóng đèn là $C_{52}^3=22100$ (cách)

+ Gọi A là biến cố "Trong 3 bóng đèn được lấy ra có ít nhất 1 bóng bị hỏng"

$\Rightarrow \overline{A}$ là biến cố "Trong 3 bóng lấy ra không có bóng nào hỏng"

$\Rightarrow$ số cách lấy ra 3 bóng mà không có bóng nào hỏng là $C_{52-4}^3=17296$ (cách)

$\Rightarrow p(A)=1-P(\overline{A})=1-\dfrac{17296}{22100}=\dfrac{1201}{5525}$

Bài 73: Một đội văn nghệ có 15 người gồm 10 nam và 5 nữ. Tính xác suất để chọn ra nhóm đồng ca gồm 8 người trong đó phải có ít nhất là 3 nữ.

Hướng dẫn: Số phần tử của không gian mẫu là $C_{15}^8=6435$

- Số phần tử của biến cố "trong 8 người có ít nhất 3 nữ" là : $C_5^3.C_{10}^5+C_5^4.C_{10}^4+C_5^5.C_{10}^3=3690$

Vậy xác suất là $p=\dfrac{3690}{6453}$

Bài 74: Một lớp học có 25 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên một nhóm 3 học sinh. Tính xác suất để nhóm học sinh được chọn có ít nhất 1 học sinh nữ.

Hướng dẫn

- Số học sinh trong lớp học là 25+ 15=40

- Mỗi cách chọn 3 học sinh trong 40 học sinh là một tổ hợp chập 3 của 40 nên không gian mẫu Ω gồm các tổ hợp chập 3 của 40 $\Rightarrow n(\Omega)=C_{40}^3$

- Gọi A là biến cố *"chọn được nhóm 3 học sinh có ít nhất 1 học sinh nữ"* $\Rightarrow \overline{A}$ là biến cố *"chọn được nhóm 3 học sinh nam"*

- Số cách chọn 3 học sinh nam trong 25 học sinh nam là số tổ hợp chập 3 của $25 \Rightarrow n(\overline{A})=C_{25}^3 \Rightarrow p(\overline{A})=\dfrac{n(\overline{A})}{n(\Omega)}=\dfrac{C_{25}^3}{C_{40}^3}=\dfrac{115}{494} \Rightarrow p(A)=1-p(\overline{A})=\dfrac{379}{494}$

(CHÚC CÁC EM HỌC VÀ THI TỐT)